

令和6年度入学者選抜学力検査本試験問題

数 学

(配 点)	1 40 点	2 20 点	3 20 点	4 20 点
-------	---------------	---------------	---------------	---------------

(注 意 事 項)

- 1 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
- 2 問題冊子は1ページから12ページまでである。検査開始の合図のあとで確かめること。
- 3 検査中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、静かに手を高く挙げて監督者に知らせること。
- 4 解答用紙に氏名と受験番号を記入し、受験番号と一致したマーク部分を塗りつぶすこと。
- 5 解答には、必ずHBの黒鉛筆を使用すること。なお、解答用紙に必要事項が正しく記入されていない場合、または解答用紙に記載してある「マーク部分塗りつぶしの見本」のとおりにマーク部分が塗りつぶされていない場合は、解答が無効になることがある。
- 6 一つの解答欄に対して複数のマーク部分を塗りつぶしている場合、または指定された解答欄以外のマーク部分を塗りつぶしている場合は、有効な解答にはならない。
- 7 解答を訂正するときは、きれいに消して、消しくずを残さないこと。
- 8 定規、コンパス、ものさし、分度器及び計算機は用いないこと。
- 9 問題の文中の **アイ**、**ウ** などには、特に指示がないかぎり、負の符号(－)または数字(0～9)が入り、ア、イ、ウの一つ一つは、これらのいずれか一つに対応する。それらを解答用紙のア、イ、ウで示された解答欄に、マーク部分を塗りつぶして解答すること。

例 **アイウ** に
－83 と解答するとき

(1)	ア	●	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
	イ	⊖	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	●	⑨
	ウ	⊖	0	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

- 10 解答は解答欄の形で解答すること。例えば、解答が $\frac{2}{5}$ のとき、解答欄が **エ** . **オ** ならば0.4として解答すること。
- 11 分数の形の解答は、それ以上約分できない形で解答すること。例えば、 $\frac{2}{3}$ を $\frac{4}{6}$ と解答しても正解にはならない。また、解答に負の符号がつく場合は、負の符号は、分子につけ、分母にはつけないこと。例えば、**カキ** に $-\frac{3}{4}$ と解答したいときは、**ク** $-\frac{3}{4}$ として解答すること。
- 12 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で解答すること。例えば、 $4\sqrt{2}$ を $2\sqrt{8}$ と解答しても正解にはならない。

1 次の各問いに答えなさい。

(1) $-2^2 - \frac{5}{3} \div \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + (-3)^2$ を計算すると となる。

(2) 2次方程式 $x^2 - 4x + 1 = 0$ を解くと $x =$ $\pm \sqrt{\text{ウ}}$ となる。

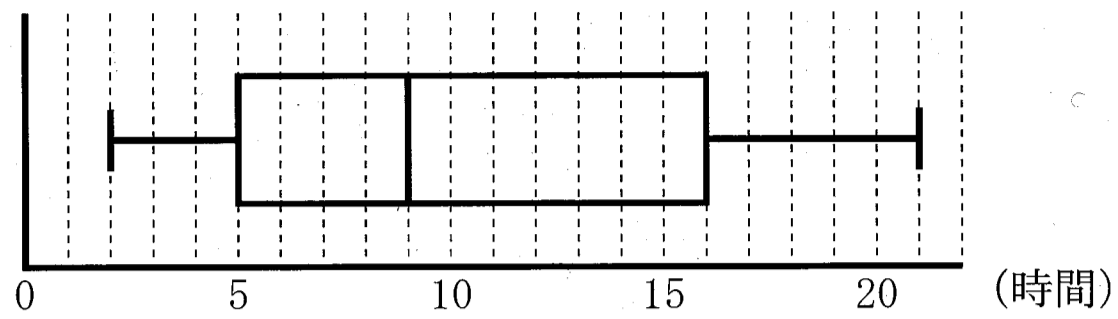
(3) y は x に反比例し、 $x = 4$ のとき $y = 3$ である。この関数において x の変域を $3 \leq x \leq 6$ とするとき、 y の変域は $\leq y \leq$ となる。

(4) 2つの関数 $y = ax^2$ 、 $y = 2x + 3$ について、 x の値が2から6まで増加するときの変化の割合が等しいとき、 $a = \frac{\text{カ}}{\text{キ}}$ である。

(5) 2個のさいころを同時に投げるとき、出る目の数の和が3の倍数になる確率は $\frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$ である。ただし、2個のさいころはそれぞれ1から6までの目が出るとし、どの目が出ることも同様に確からしいものとする。

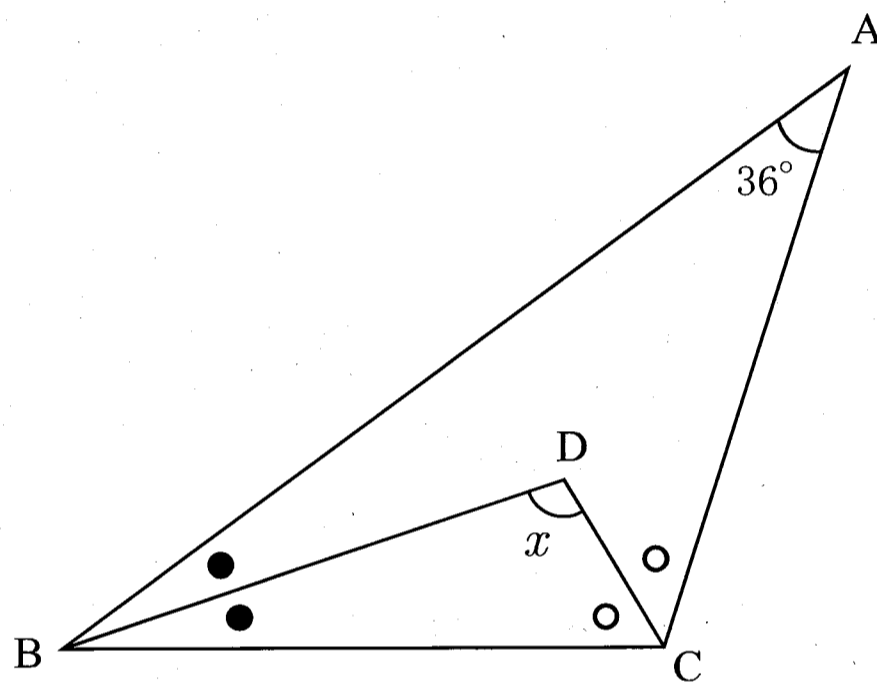
[計 算 用 紙]

(6) 下の図は、あるクラスの1ヶ月の読書時間の記録を箱ひげ図にしたものである。単位は時間である。

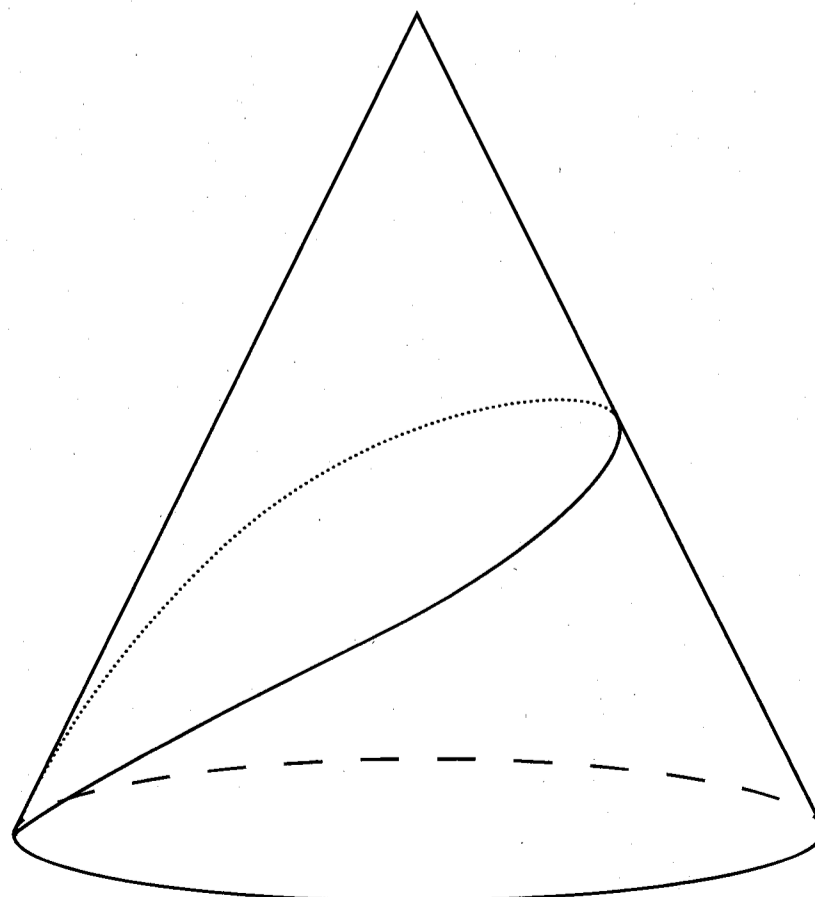


このとき、四分位範囲は (時間) である。

(7) 下の図の $\triangle ABC$ において、 $\angle A = 36^\circ$ であり、点Dは $\angle B$ と $\angle C$ の二等分線の交点である。このとき、 $\angle x =$ $^\circ$ である。



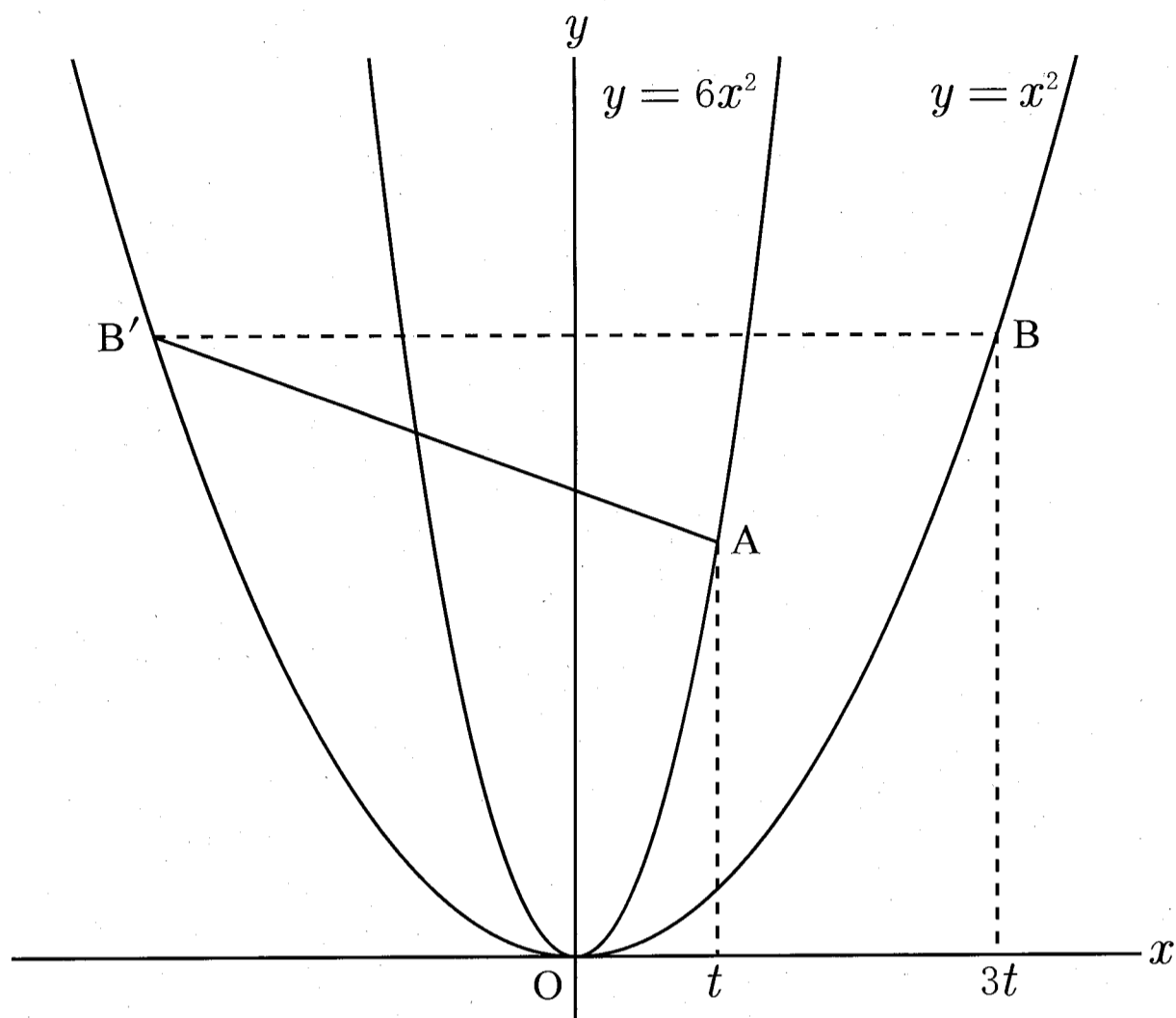
(8) 下の図のように、底面の半径が2 cm、高さ $4\sqrt{2}$ cmの円錐があり、底面の円周上の1点から側面にそって1周するように糸をかける。この糸が最も短くなるときの糸の長さは $\sqrt{\text{タ}}$ cm である。



[計 算 用 紙]

- 2 t は正の定数とする。図1のように、関数 $y = 6x^2$ のグラフ上に点 $A(t, 6t^2)$ をとり、関数 $y = x^2$ のグラフ上に点 $B(3t, 9t^2)$ をとる。また、 y 軸に関して点 B と対称な点を B' とする。

図1



このとき、次の各問いに答えなさい。

- (1) $t = 2$ のとき、直線 AB' の傾きは $\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

- (2) 直線 AB' の方程式を t を用いて表すと

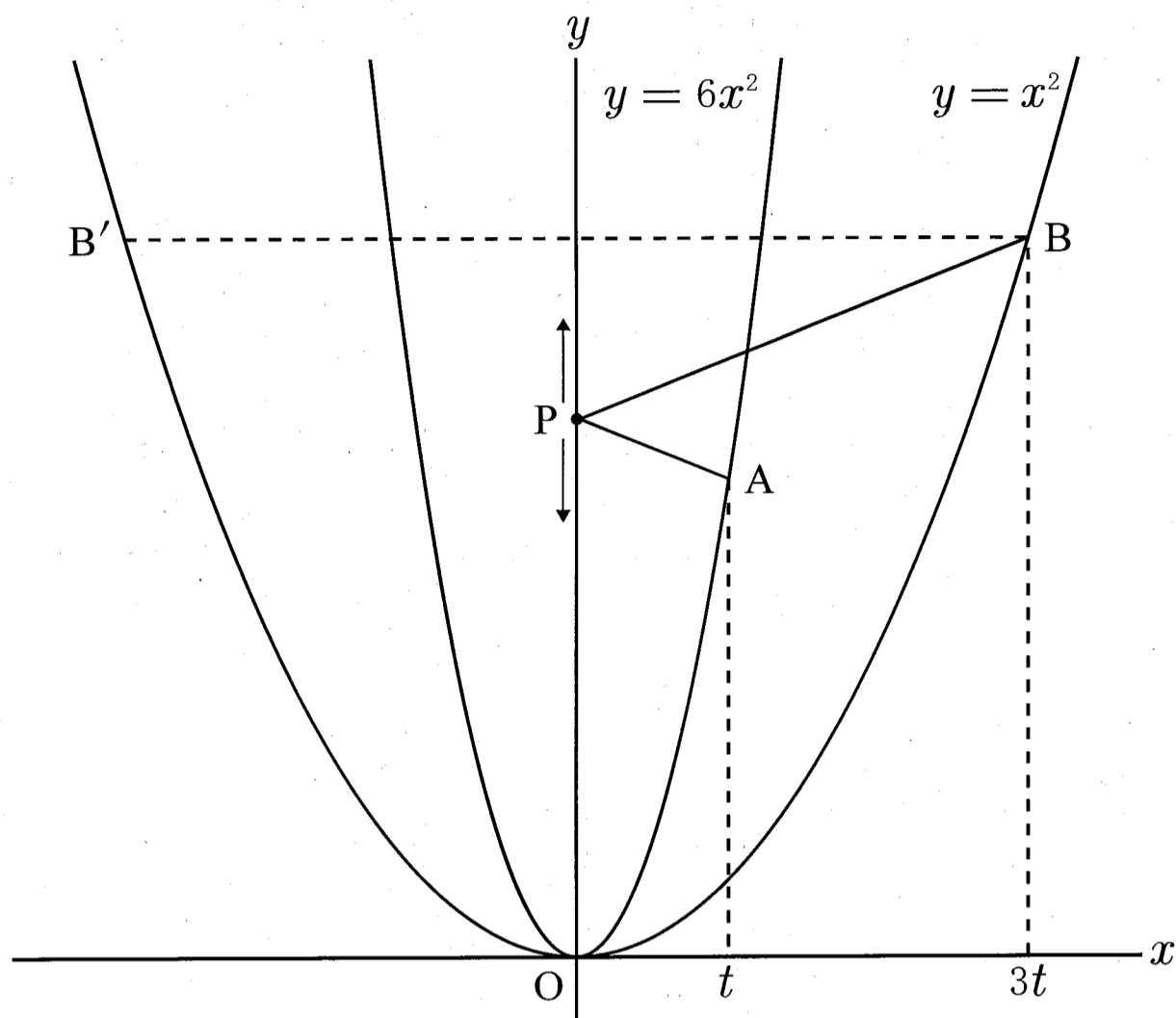
$$y = \frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}} tx + \frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}} t^2$$

である。

(3) 図2のように、 y 軸上を動く点 P を考える。線分 AP と線分 BP の長さの和が最小となる

点 P の座標が $(0, 3)$ であるとき、 $t = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

図2



3 図1のように、円Oの円周上に3点A, B, Cがある。△ABCにおいて $AB = \sqrt{13}$, $BC = 6$, $CA = 5$ である。図2は、図1において点Aから辺BCに垂線を引き、BCとの交点をDとしたものである。また、点Aを通る直径AEを引き、2点C, Eを線分で結ぶ。

図1

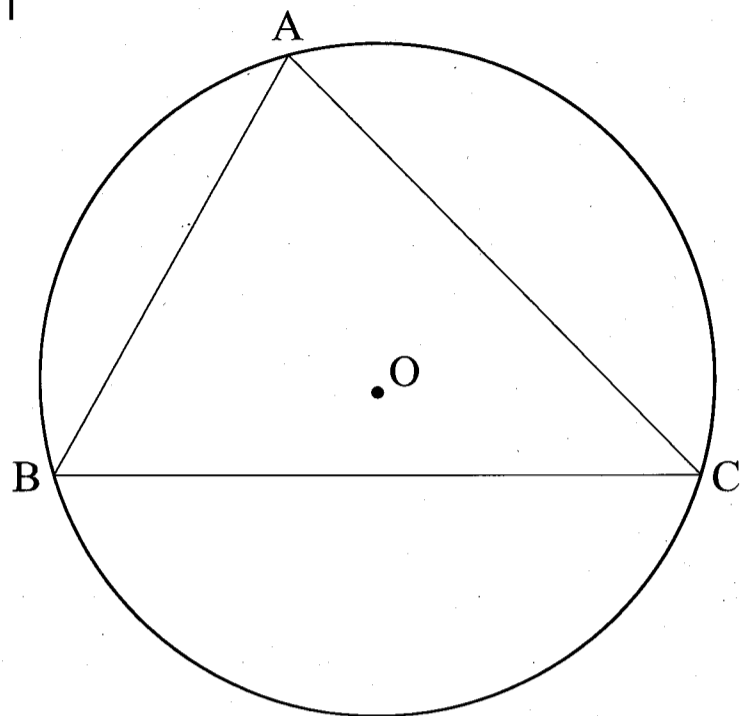
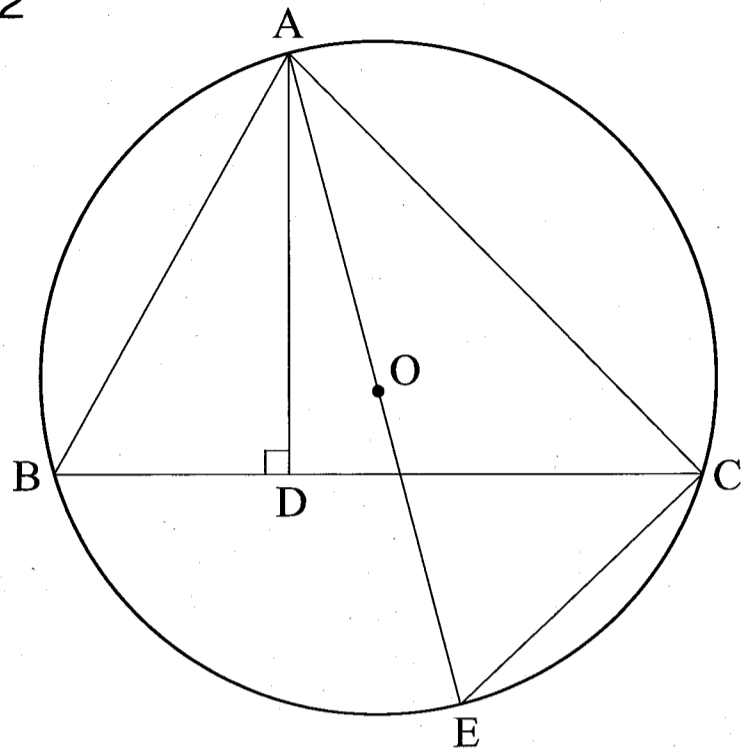


図2



このとき、次の各問いに答えなさい。

(1) $AD =$ である。

(2) △AEC ∽ △ABD であることを次のように証明した。 から に当てはまるものを、下記の①から⑫の中から選びなさい。ただし、細字の空欄 , には、それぞれ前にある太字の空欄 , と同じものが当てはまる。

【証明】 △AEC と △ABD において

1つの弧に対する は等しいので、弧ACにおいて

$$\angle AEC = \text{ウ} \dots \text{①}$$

仮定より $\angle ADB = 90^\circ$ である。また、1つの弧に対する の大きさは の大き

さの $\frac{1}{2}$ 倍なので、弧AEにおいて $= 90^\circ$ である。よって、

$$\text{オ} = \angle ADB \dots \text{②}$$

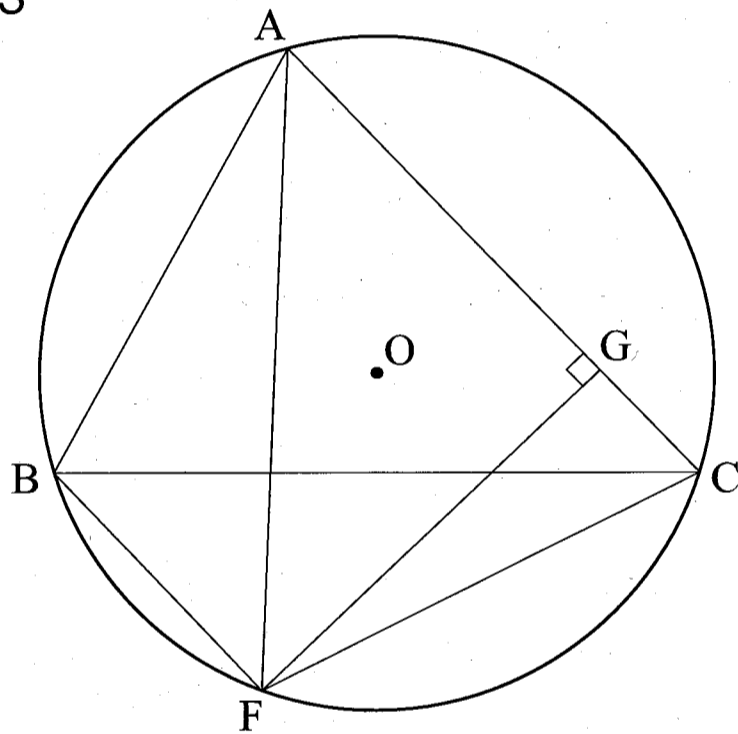
①, ②より2組の角がそれぞれ等しいので、△AEC ∽ △ABD である。【証明終わり】

- | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|
| ① 対頂角 | ② 円周角 | ③ 同位角 | ④ 中心角 |
| ⑤ 錯角 | ⑥ $\angle DAB$ | ⑦ $\angle ABD$ | ⑧ $\angle CAD$ |
| ⑨ $\angle ACE$ | ⑩ $\angle DCA$ | ⑪ $\angle BAC$ | |

(3) 円 O の半径は $\frac{\boxed{\text{カ}} \sqrt{\boxed{\text{キク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(4) 図 3 のように、図 1 において点 B を通り直線 AC に平行な直線を引き、円 O との交点を F とする。また、点 F から辺 AC に垂線を引き、AC との交点を G とする。

図 3



このとき、 $\triangle AFC$ の面積は $\boxed{\text{コ}}$ であり、 $AG = \frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

4 次の会話文における空欄 **アイ** ~ **ス** にあてはまる数を求めなさい。ただし、**アイ** のように細字で示された空欄には、前に太字で **アイ** のように示された空欄と同一の数が入る。

(1) はじめさんとふみこさんが会話をしている。

はじめ： $1 \times 2 = 2$ ， $2 \times 3 = 6$ ， $3 \times 4 = 12$ のように、連続する 2 個の自然数の積は必ず偶数だね。

ふみこ： 連続する 2 個の自然数の積は、文字を使って $n \times (n + 1)$ と書けるね。 n にはいろいろな自然数の可能性があるけど、 n か $n + 1$ のどちらかは必ず偶数なんだね。

はじめ： だから積 $n(n + 1)$ は偶数になるんだ！

ふみこ： $\frac{n(n + 1)}{2}$ はどんな自然数になるのかな？

はじめ： 実際に調べてみると、下の表 1 のようになったよ。

表 1

n	$\frac{n(n+1)}{2}$
1	1
2	3
3	6
4	10
5	アイ
⋮	⋮

ふみこ： 例えば $n = 5$ のときは $\frac{n(n + 1)}{2} =$ **アイ** だね。

(2) ふみこさんとみつおさんが会話をしている。

ふみこ：連続する3個の自然数 n , $n+1$, $n+2$ があつたら、どれか1つは3の倍数だね。
だから積 $n(n+1)(n+2)$ は必ず3の倍数なんだね。

みつお： $\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ はどんな自然数になるのかな？ 実際に調べてみると、下の表2
のようになったよ。

表2

n	$\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$
1	2
2	8
3	20
4	40
5	ウエ
⋮	⋮

ふみこ：例えば $n=5$ のときは $\frac{n(n+1)(n+2)}{3} = \boxed{\text{ウエ}}$ だね。

(3) $\frac{n(n+1)}{2}$ や $\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ の規則性に興味をもったふみこさんは、お姉さんのけいこさんに聞いてみることにした。けいこさんは高専生で、数学が得意である。

けいこ：はじめさんとみつおさんの表から下の表3を作ってみたらどうかな。

表3

n	$\frac{n(n+1)}{2}$	$n(n+1)$	$\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$
1	1	2	2
2	3	6	8
3	6	12	20
4	10	20	40
5	アイ	オカ	ウエ
⋮	⋮	⋮	⋮

(1列目) (2列目) (3列目) (4列目)

$n(n+1)$ も考えるのがポイントだよ。 $n=5$ のときは $n(n+1)=$ オカ だね。

表3の中には

*	b
a	$a+b$

 というパターンがたくさん出てくるね。

ふみこ：1列目と2列目を見てみると…

*	1
2	3

 や

*	3
3	6

 や

*	6
4	10

 というパターンがあるね。

あっ、アイ というのは キ + 10 と同じだね！

もしかして、アイ のすぐ下の欄は ク + アイ かな？

けいこ：そうだね。例えば アイ について、ふみこさんが気づいた等式

$$\text{アイ} = \text{キ} + 10, 10 = 4 + 6, 6 = 3 + 3, 3 = 2 + 1$$

を組み合わせると、どんなことがわかるかな？

アイ というのは1から ケ までの自然数の合計になるんだよ。

例えば、表にはないけど1から7までの自然数の合計なら…

ふみこ：つまり $1+2+3+4+5+6+7$ でしょ？ このまま足し算すれば28とわかるね。

けいこ：その28とは、 $\frac{n(n+1)}{2}$ において $n =$ コ を代入した値でしょ？

ふみこ：なるほど！文字式 $\frac{n(n+1)}{2}$ を使うといちいち足し算しなくとも合計が求められるね！

けいこ：表の3列目と4列目を見ると、連続する2個の自然数の積の合計がわかるね。

ふみこ：例えば $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4$ なら 20 だね……。あつ、これは $\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

において $n = 3$ を代入した値だね！

けいこ：表には書いていないけど

$$1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 5 + 5 \times 6 + 6 \times 7 + 7 \times 8$$

という連続する2個の自然数の積の合計は、 $\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ において

$n =$ を代入した値だよ。

ふみこ：連続する2個の自然数の積の合計を求めるときに、連続する3個の自然数の積を3で割った値が使えるなんて、おもしろいね。

けいこ：連続する k 個の自然数の積の合計を求めるときにも、連続する $k+1$ 個の自然数の積を $k+1$ で割った値が使えるよ。

まあ、一般的な k 個の話なんてまだ難しいかもしれないけどね。

ふみこ：う～ん……チンプンカンプンだけど、いつか理解できるようになってみたいな。

けいこ：実は表の4列目と2列目の差についても規則性があるよ。

ふみこさん、差

$$\frac{n(n+1)(n+2)}{3} - \frac{n(n+1)}{2}$$

を計算して

$$\frac{n(n+1)X}{6}$$

という形に整理してみて。 X はどんな式になるかな？

ふみこ：え～っ！？ 難しい……

けいこ：正解は $X =$ $n +$ だよ。

この数式や4列目と2列目の差の規則性には、高専に入ったら再会するよ。

勉強がんばってね！

(このページ以降は余白です。)