令和６年度入学者選抜学力検査本試験問題

数　　学

（配　点）	$\boxed{1}$ 40点	$\boxed{2}$ 20点	$\boxed{3}$ 20点	$\boxed{4}$ 20点

（注意事項）

1　問題冊子は指示があるまで開かないこと。

2　問題冊子は１ページから12ページまである。検査開始の合図のあとで確かめること。

3　検査中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，静かに手を高く挙げて監督者に知らせること。

4　解答用紙に氏名と受験番号を記入し，受験番号と一致したマーク部分を塗りつぶすこと。

5　解答には，必ずＨＢの**黒鉛筆**を使用すること。なお，解答用紙に必要事項が正しく記入されていない場合，または解答用紙に記載してある「マーク部分塗りつぶしの見本」のとおりにマーク部分が塗りつぶされていない場合は，解答が無効になることがある。

6　一つの解答欄に対して複数のマーク部分を塗りつぶしている場合，または指定された解答欄以外のマーク部分を塗りつぶしている場合は，有効な解答にはならない。

7　解答を訂正するときは，きれいに消して，消しくずを残さないこと。

8　定規，コンパス，ものさし，分度器及び計算機は用いないこと。

9　問題の文中の $\boxed{アイ}$，$\boxed{ウ}$ などには，特に指示がないかぎり，負の符号（－）または数字（0～9）が入り，ア，イ，ウの一つ一つは，これらのいずれか一つに対応する。それらを解答用紙のア，イ，ウで示された解答欄に，マーク部分を塗りつぶして解答すること。

例　$\boxed{アイウ}$ に
－83と解答するとき

（1）	ア	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
	イ	⊖	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	●	⑨
	ウ	⊖	⓪	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

10　解答は解答欄の形で解答すること。例えば，解答が $\frac{2}{5}$ のとき，解答欄が $\boxed{エ}.\boxed{オ}$ ならば0.4として解答すること。

11　分数の形の解答は，それ以上約分できない形で解答すること。例えば，$\frac{2}{3}$ を $\frac{4}{6}$ と解答しても正解にはならない。また，解答に負の符号がつく場合は，負の符号は，分子につけ，分母にはつけないこと。例えば，$\frac{\boxed{カキ}}{\boxed{ク}}$ に $-\frac{3}{4}$ と解答したいときは，$\frac{-3}{4}$ として解答すること。

12　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で解答すること。例えば，$4\sqrt{2}$ を $2\sqrt{8}$ と解答しても正解にはならない。

1 次の各問いに答えなさい。

(1) $-2^2-\dfrac{5}{3}\div\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}\right)+(-3)^2$ を計算すると $\boxed{\text{ア}}$ となる。

(2) 2 次方程式 $x^2-4x+1=0$ を解くと $x=\boxed{\text{イ}}\pm\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$ となる。

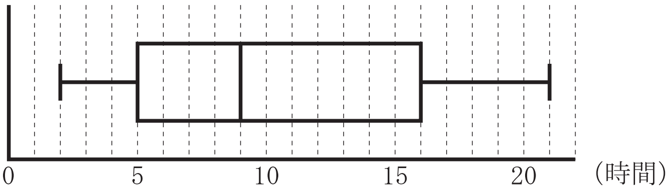
(3) y は x に反比例し，$x=4$ のとき $y=3$ である。この関数において x の変域を $3\leqq x\leqq 6$ とするとき，y の変域は $\boxed{\text{エ}}\leqq y\leqq\boxed{\text{オ}}$ となる。

(4) 2 つの関数 $y=ax^2$，$y=2x+3$ について，x の値が 2 から 6 まで増加するときの変化の割合が等しいとき，$a=\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

(5) 2 個のさいころを同時に投げるとき，出る目の数の和が 3 の倍数になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。ただし，2 個のさいころはそれぞれ 1 から 6 までの目が出るとし，どの目が出ることも同様に確からしいものとする。

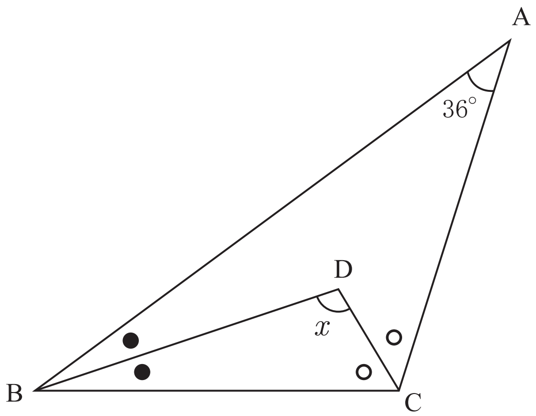
［ 計 算 用 紙 ］

⑹　下の図は，あるクラスの１ヶ月の読書時間の記録を箱ひげ図にしたものである。単位は時間である。

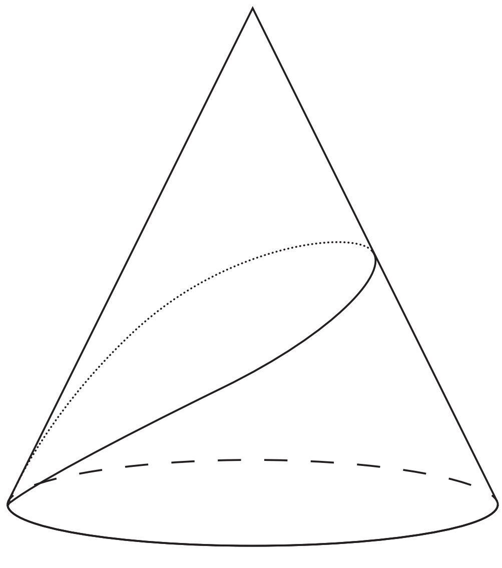


このとき，四分位範囲は $\boxed{\text{コサ}}$（時間）である。

⑺　下の図の△ABC において，∠A ＝ 36°であり，点 D は∠B と∠C の二等分線の交点である。このとき，∠x ＝ $\boxed{\text{シスセ}}$°である。



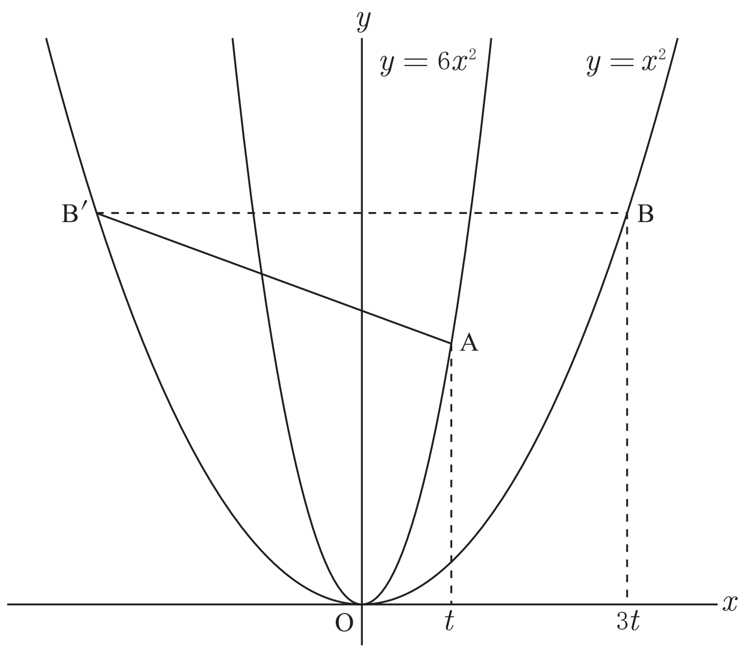
⑻　下の図のように，底面の半径が 2 cm，高さ $4\sqrt{2}$ cm の円錐があり，底面の円周上の 1 点から側面にそって 1 周するように糸をかける。この糸が最も短くなるときの糸の長さは $\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}$ cm である。



［ 計 算 用 紙 ］

2　t は正の定数とする。図 1 のように，関数 $y = 6x^2$ のグラフ上に点 A $(t,\ 6t^2)$ をとり，関数 $y = x^2$ のグラフ上に点 B $(3t,\ 9t^2)$ をとる。また，y 軸に関して点 B と対称な点を B′ とする。

図 1



このとき，次の各問いに答えなさい。

(1)　$t = 2$ のとき，直線 AB′ の傾きは $\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

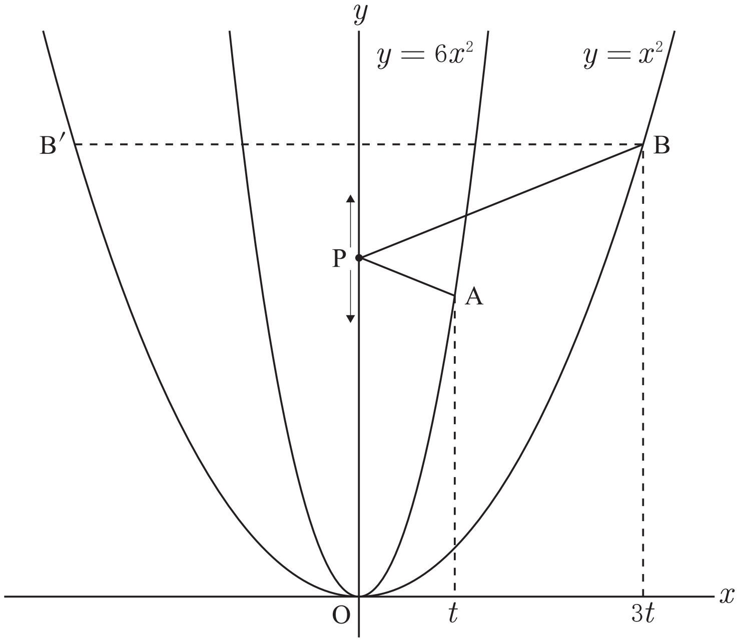
(2)　直線 AB′ の方程式を t を用いて表すと

$$y = \frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}tx + \frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}t^2$$

である。

(3)　**図２**のように，y 軸上を動く点 P を考える。線分 AP と線分 BP の長さの和が最小となる点 P の座標が (0, 3) であるとき，$t = \dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

図２



3 図１のように，円Ｏの円周上に３点Ａ，Ｂ，Ｃがある。△ABCにおいて AB $=\sqrt{13}$，BC $=6$，CA $=5$ である。**図２**は，**図１**において点Ａから辺BCに垂線を引き，BCとの交点をＤとしたものである。また，点Ａを通る直径AEを引き，２点Ｃ，Ｅを線分で結ぶ。

図１

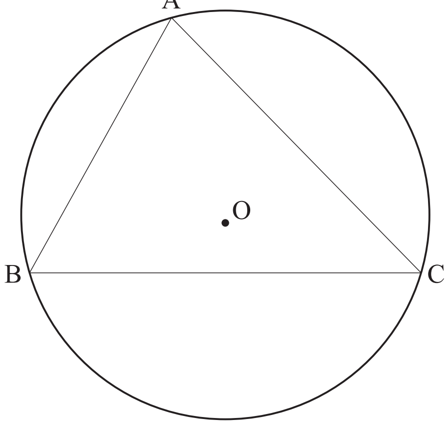
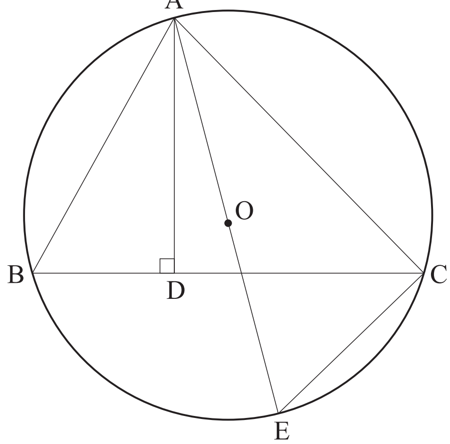


図２



このとき，次の各問いに答えなさい。

⑴ AD $=$ **ア** である。

⑵ △AEC∽△ABDであることを次のように証明した。**イ** から **オ** に当てはまるものを，下記のⓐからⓚの中から選びなさい。ただし，細字の空欄 イ ， オ には，それぞれ前にある太字の空欄 **イ** ， **オ** と同じものが当てはまる。

【証明】△AECと△ABDにおいて
１つの弧に対する **イ** は等しいので，弧ACにおいて

$$\angle \mathrm{AEC} = \boxed{\text{ウ}} \cdots\cdots ①$$

仮定より∠ADB $=90^\circ$ である。また，１つの弧に対する イ の大きさは **エ** の大きさの $\frac{1}{2}$ 倍なので，弧AEにおいて **オ** $=90^\circ$ である。よって，

$$\boxed{\text{オ}} = \angle \mathrm{ADB} \cdots\cdots ②$$

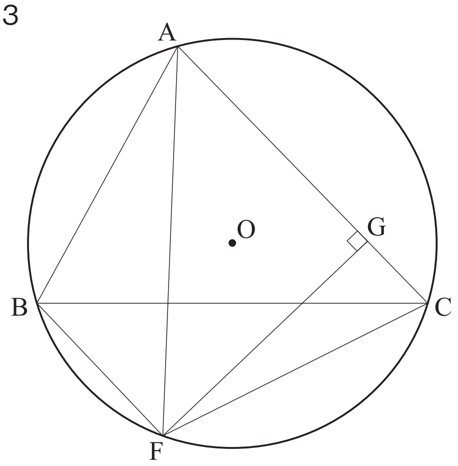
①，②より２組の角がそれぞれ等しいので，△AEC∽△ABDである。【証明終わり】

ⓐ 対頂角	ⓑ 円周角	ⓒ 同位角	ⓓ 中心角
ⓔ 錯　角	ⓕ ∠DAB	ⓖ ∠ABD	ⓗ ∠CAD
ⓘ ∠ACE	ⓙ ∠DCA	ⓚ ∠BAC	

⑶　円Oの半径は $\dfrac{\boxed{カ}\sqrt{\boxed{キク}}}{\boxed{ケ}}$ である。

⑷　図３のように，図１において点Bを通り直線ACに平行な直線を引き，円Oとの交点をFとする。また，点Fから辺ACに垂線を引き，ACとの交点をGとする。

図３



このとき，△AFCの面積は $\boxed{コ}$ であり，AG = $\dfrac{\boxed{サシ}}{\boxed{ス}}$ である。

4 次の会話文における空欄 $\boxed{\text{アイ}}$ ～ $\boxed{\text{ス}}$ にあてはまる数を求めなさい。ただし，$\boxed{\text{アイ}}$ のように細字で示された空欄には，前に太字で $\boxed{\textbf{アイ}}$ のように示された空欄と同一の数が入る。

(1) はじめさんとふみこさんが会話をしている。

はじめ：$1 \times 2 = 2$，$2 \times 3 = 6$，$3 \times 4 = 12$ のように，連続する 2 個の自然数の積は必ず偶数だね。

ふみこ：連続する 2 個の自然数の積は，文字を使って $n \times (n+1)$ と書けるね。n にはいろいろな自然数の可能性があるけど，n か $n+1$ のどちらかは必ず偶数なんだね。

はじめ：だから積 $n(n+1)$ は偶数になるんだ！

ふみこ：$\dfrac{n(n+1)}{2}$ はどんな自然数になるのかな？

はじめ：実際に調べてみると，下の**表 1** のようになったよ。

表 1

n	$\dfrac{n(n+1)}{2}$
1	1
2	3
3	6
4	10
5	$\boxed{\textbf{アイ}}$
⋮	⋮

ふみこ：例えば $n = 5$ のときは $\dfrac{n(n+1)}{2} = \boxed{\text{アイ}}$ だね。

(2)　ふみこさんとみつおさんが会話をしている。

ふみこ：連続する3個の自然数 n，$n+1$，$n+2$ があったら，どれか1つは3の倍数だね。
だから積 $n(n+1)(n+2)$ は必ず3の倍数なんだね。

みつお：$\dfrac{n(n+1)(n+2)}{3}$ はどんな自然数になるのかな？ 実際に調べてみると，下の**表２**のようになったよ。

表２

n	$\dfrac{n(n+1)(n+2)}{3}$
1	2
2	8
3	20
4	40
5	$\boxed{\text{ウエ}}$
⋮	⋮

ふみこ：例えば $n=5$ のときは $\dfrac{n(n+1)(n+2)}{3}=\boxed{\text{ウエ}}$ だね。

(3) $\dfrac{n(n+1)}{2}$ や $\dfrac{n(n+1)(n+2)}{3}$ の規則性に興味をもったふみこさんは，お姉さんのけいこさんに聞いてみることにした。けいこさんは高専生で，数学が得意である。

けいこ：はじめさんとみつおさんの表から下の**表３**を作ってみたらどうかな。

表３

n	$\dfrac{n(n+1)}{2}$	$n(n+1)$	$\dfrac{n(n+1)(n+2)}{3}$
1	1	2	2
2	3	6	8
3	6	12	20
4	10	20	40
5	アイ	**オカ**	ウエ
⋮	⋮	⋮	⋮
(1列目)	(2列目)	(3列目)	(4列目)

$n(n+1)$も考えるのがポイントだよ。$n=5$ のときは $n(n+1)=$ **オカ** だね。
表３の中には $\begin{array}{|c|c|}\hline * & b \\ \hline a & a+b \\ \hline\end{array}$ というパターンがたくさん出てくるね。

ふみこ：1列目と2列目を見てみると･･･ $\begin{array}{|c|c|}\hline * & 1 \\ \hline 2 & 3 \\ \hline\end{array}$ や $\begin{array}{|c|c|}\hline * & 3 \\ \hline 3 & 6 \\ \hline\end{array}$ や $\begin{array}{|c|c|}\hline * & 6 \\ \hline 4 & 10 \\ \hline\end{array}$ というパターンがあるね。
あっ，アイ というのは **キ** ＋10と同じだね！
もしかして，アイ のすぐ下の欄は **ク** ＋ アイ かな？

けいこ：そうだね。例えば アイ について，ふみこさんが気づいた等式

アイ ＝ キ ＋10，$10=4+6$，$6=3+3$，$3=2+1$

を組み合わせると，どんなことがわかるかな？
アイ というのは1から **ケ** までの自然数の合計になるんだよ。
例えば，表にはないけど1から7までの自然数の合計なら･･･

ふみこ：つまり $1+2+3+4+5+6+7$ でしょ？ このまま足し算すれば28とわかるね。

けいこ：その28とは，$\dfrac{n(n+1)}{2}$ において $n=$ **コ** を代入した値でしょ？

ふみこ：なるほど！ 文字式 $\dfrac{n(n+1)}{2}$ を使うといちいち足し算しなくとも合計が求められるね！

けいこ：表の 3 列目と 4 列目を見ると，連続する 2 個の自然数の積の合計がわかるね。

ふみこ：例えば $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4$ なら 20 だね・・・。あっ，これは $\dfrac{n(n+1)(n+2)}{3}$ において $n = 3$ を代入した値だね！

けいこ：表には書いていないけど

$$1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 5 + 5 \times 6 + 6 \times 7 + 7 \times 8$$

という連続する 2 個の自然数の積の合計は，$\dfrac{n(n+1)(n+2)}{3}$ において

$n = \boxed{\text{サ}}$ を代入した値だよ。

ふみこ：連続する 2 個の自然数の積の合計を求めるときに，連続する 3 個の自然数の積を 3 で割った値が使えるなんて，おもしろいね。

けいこ：連続する k 個の自然数の積の合計を求めるときにも，連続する $k+1$ 個の自然数の積を $k+1$ で割った値が使えるよ。

まあ，一般的な k 個の話なんてまだ難しいかもしれないけどね。

ふみこ：う〜ん・・・チンプンカンプンだけど，いつか理解できるようになってみたいな。

けいこ：実は表の 4 列目と 2 列目の差についても規則性があるよ。

ふみこさん，差

$$\frac{n(n+1)(n+2)}{3} - \frac{n(n+1)}{2}$$

を計算して

$$\frac{n(n+1)X}{6}$$

という形に整理してみて。X はどんな式になるかな？

ふみこ：え〜っ！？ 難しい・・・

けいこ：正解は $X = \boxed{\text{シ}}\,n + \boxed{\text{ス}}$ だよ。

この数式や 4 列目と 2 列目の差の規則性には，高専に入ったら再会するよ。

勉強がんばってね！

（このページ以降は余白です。）